

# ANALISIS METODE NUMERIK PENGARUH HUJAN TERHADAP KESTABILAN LERENG TUNGGAL TIMBUNAN DI TAMBANG TERBUKA BATUBARA

***Numerical Analysis Under Rainfall Effect on the Stability of Single Slope in Waste Dump at Open Pit Coal Mine***

**BARLIAN DWINAGARA<sup>1,2\*</sup>, WAHYU N. AKBAR<sup>1,3\*</sup>, SINGGIH SAPTONO<sup>1,2\*\*</sup>, SHOFA R. HAQ<sup>1,2\*\*</sup>, OKTARIAN W. LUSANTONO<sup>2\*\*</sup> dan PRASODO D. PRABANDARU<sup>3\*\*</sup>**

<sup>1</sup> Program Studi Magister Teknik Pertambangan, UPN "Veteran" Yogyakarta  
Jalan Padjajaran 104, Sleman, Yogyakarta, Indonesia, 55283

<sup>2</sup> Jurusan Teknik Pertambangan, Fakultas Teknologi Mineral, UPN "Veteran" Yogyakarta  
Jalan Padjajaran 104, Sleman, Yogyakarta, Indonesia, 55283

<sup>3</sup> Departemen Geoteknik, PT Studio Mineral Batubara  
Jalan Plemburan Tegal Gg. Mulia VI No. 67, Sleman, Yogyakarta, 55581

Korespondensi e-mail: [barliandn@upnyk.ac.id](mailto:barliandn@upnyk.ac.id)

\* Kontributor Utama, \*\* Kontributor Anggota

## ABSTRAK

Indonesia merupakan negara dengan iklim tropis dan memiliki curah hujan yang tinggi terutama di daerah sekitar garis khatulistiwa. Kejadian hujan memengaruhi kestabilan lereng melalui peningkatan tekanan air pori, penurunan tegangan efektif, dan kekuatan geser, yang pada akhirnya menurunkan faktor keamanan serta meningkatkan probabilitas longsor. Belum banyak dilakukan penelitian tentang perubahan tekanan air pori selama proses infiltrasi hujan khususnya di Indonesia. Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh kejadian hujan terhadap kestabilan lereng tunggal timbunan menggunakan metode numerik dengan pendekatan analisis *coupled hydro-mechanical*. Simulasi dilakukan dengan pemodelan *transient finite element analysis* (TFEA) untuk analisis distribusi tekanan air pori selama kejadian hujan. Selain itu, dilakukan pemodelan *limit equilibrium method* (LEM) untuk mengevaluasi perubahan nilai faktor keamanan lereng. Perangkat lunak Slide2 digunakan pada simulasi skenario variasi curah hujan dan durasi hujan selama 24 jam, dengan total 1.568 kombinasi model. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengaruh kejadian hujan menurunkan nilai faktor keamanan mencapai 31,54%. Hubungan nilai faktor keamanan dan curah hujan dapat direpresentasikan melalui persamaan  $FK = 2,1607 CH^{-0,05}$  dan memberikan korelasi yang baik dengan nilai  $R^2$  sebesar 0,9309.

Kata kunci: kestabilan lereng, faktor keamanan, hujan, timbunan.

## ABSTRACT

*Indonesia, with its tropical climate and high rainfall, especially near the equator, is prone to slope instability influenced by intense rainfall events. Rainfall increases pore water pressure, reduces effective stress, and decreases shear strength, which in turn lowers the safety factor and increases the probability of failure. However, studies on pore pressure changes during rainfall infiltration have not been extensively studied, particularly in Indonesia. This study aims to analyze the effect of rainfall on the stability of a single slope in a waste dump using a numerical method based on a coupled hydro-mechanical approach. Simulations were conducted using transient finite element analysis (TFEA) to evaluate pore water pressure variations. In addition, the limit equilibrium method (LEM) modeling was also carried out to assess changes in slope safety factors. The analysis was performed using Slide2 software under various rainfall and duration scenarios, with a total of 1,568 model combinations over a 24-hour simulation period. The results show that rainfall events reduce the safety factor*

value by up to 31.54%. The relationship between the safety factor value and rainfall can be expressed by the equation  $FK = 2,1607 CH^{0,05}$ , which shows a strong correlation with an  $R^2$  value of 0,9309.

**Keywords:** slope stability, safety factor, rainfall, waste dump.

## PENDAHULUAN

Salah satu hal vital dalam keberhasilan operasional tambang terbuka batubara adalah optimalisasi area timbunan baik secara *out-pit dump* atau *in-pit dump*. Proses penimbunan material yang tidak dilakukan dengan baik dapat menyebabkan ketidakstabilan pada area timbunan, pada akhirnya berdampak negatif terhadap keselamatan kerja dan keberlangsungan operasi produksi tambang (Poulsen dkk., 2014).

Ketidakstabilan area lereng timbunan dapat terjadi akibat ketidakseimbangan aliran air yang masuk dan keluar dari tubuh timbunan akibat kejadian hujan yang terus-menerus (*water balance*), dimana akumulasi air hujan dan buruknya sistem drainase dalam tubuh timbunan dapat meningkatkan tekanan air pori dan menurunkan kekuatan geser material (Supandi, 2021). Menurut Wang dkk. (2023) dan Sarah dkk. (2024), kejadian hujan lebat pada material tidak secara langsung menaikkan muka air tanah, melainkan menyebabkan infiltrasi air dan membentuk zona basah (*wetting front*) dalam material tak jenuh (*unsaturated zone*). Selain itu juga dapat menurunkan nilai *matric suction*, meningkatkan tekanan air pori, dan mengurangi kekuatan geser. Hal tersebut dapat menurunkan faktor keamanan lereng dan meningkatkan nilai probabilitas longsor.

Material timbunan yang berasal dari hasil pembongkaran batuan penutup (*overburden*) umumnya akan mengalami perubahan sifat *material properties* dan peningkatan *void* atau porositas, kondisi ini memungkinkan terjadinya akumulasi air selama hujan di dalam material timbunan dan berpotensi menurunkan kestabilan lereng. Oleh karena itu, permasalahan ketidakstabilan lereng pada material timbunan sering diindikasikan dengan munculnya rekanan, penurunan elevasi timbunan, serta pergerakan massa material setelah hujan dengan intensitas dan durasi waktu tertentu. Hal tersebut mencerminkan respon fisik terhadap penurunan kekuatan geser akibat infiltrasi dan peningkatan tekanan air pori.

Menurut Hawley dan Cunning (2017), tingkat infiltrasi curah hujan ke dalam material timbunan dapat bervariasi secara signifikan, mulai dari 30–40% seperti di tambang Questa (New Mexico), hingga 90% seperti yang terjadi di tambang Grasberg (Indonesia). Hal ini menunjukkan bahwa pada kondisi tertentu, lebih dari setengah curah hujan dapat meresap ke dalam timbunan. Di Indonesia, kejadian longsor yang disebabkan oleh curah hujan merupakan salah satu bahaya yang banyak terjadi di berbagai daerah dan diidentifikasi sebagai salah satu faktor pemicu utama ketidakstabilan lereng di wilayah tropis. Hal tersebut dipengaruhi oleh karakteristik material, topografi dan tingkat curah hujan yang tinggi (Rahardjo, Leong dan Rezaur, 2008; Liao dkk., 2010).

Kondisi pengaruh hujan terhadap berbagai permasalahan kestabilan lereng pada umumnya tidak diperhitungkan dengan baik dan penelitian terkait pemahaman perubahan tekanan air pori selama proses infiltrasi hujan belum banyak dilakukan (Wang dkk., 2022). Analisis stabilitas lereng pada kondisi material *saturated-unsaturated* telah diterapkan di beberapa negara di Asia (Kristo, Rahardjo dan Satyanaga, 2017). Beberapa pengembangan baru dari metode ini telah dipublikasikan, seperti penggunaan metode analitis untuk memprediksi perubahan nilai faktor keamanan untuk lereng yang mengalami infiltrasi hujan dan penggunaan pemodelan elemen diskrit untuk memprediksi karakteristik *run-out* dari lereng longsor yang disebabkan oleh hujan (Li dkk., 2012). Meskipun terdapat pengembangan, analisis kestabilan lereng pada kondisi material *saturated-unsaturated* belum diterapkan sebagai praktik standar analisis dalam merespons potensi ketidakstabilan akibat hujan di Indonesia (Krisnanto dan Rahardjo, 2021).

Oleh karena itu, penelitian ini difokuskan pada lereng tunggal sebagai pendekatan awal untuk menyederhanakan variabel geometri dan memahami pengaruh kejadian hujan terhadap kestabilan area timbunan. Meskipun longsor di area pertambangan pada umumnya terjadi pada

lereng keseluruhan, pendekatan ini memberikan dasar penting untuk mengevaluasi perubahan nilai faktor keamanan akibat infiltrasi hujan. Studi ini dilakukan sebagai langkah analisis lanjutan dan pengembangan keilmuan dalam pemahaman secara fundamental terhadap respon material timbunan terhadap variasi curah hujan dan durasi hujan, melalui pendekatan numerik pada lereng tunggal. Selain itu, dibangun kerangka analisis terhadap perubahan nilai faktor keamanan. Hasil penelitian ini dapat dimanfaatkan sebagai rekomendasi metode analisis dalam perencanaan dan pengawasan geoteknik pada operasional pertambangan serta menjadi dasar bagi pengembangan model yang lebih kompleks pada skala lereng keseluruhan.

Parameter hidrogeologi untuk memahami kondisi perilaku aliran air tanah yang kompleks dianalisis menggunakan perangkat lunak Rocscience Slide 6.0 melalui simulasi berbasis *transient groundwater finite element analysis* (T-GFEA), yang difokuskan pada distribusi tekanan air pori, vektor aliran, dan debit aliran pada material (Sujatono, 2021). Analisis ini dilakukan dengan pendekatan *coupled hydro-mechanical* menggunakan perangkat lunak Rocscience Slide2 untuk memodelkan perubahan tekanan air pori yang dipengaruhi oleh hujan dan tegangan-regangan yang dipengaruhi oleh sifat keteknikan material (Akbar, 2024; Dwinagara dkk., 2024).

Pada tahap awal, dilakukan analisis metode elemen hingga untuk menganalisis karakteristik air tanah pada kondisi awal (*steady state*) dan metode *transient* untuk memahami perubahan tekanan air pori selama infiltrasi hujan. Selanjutnya, hasil analisis perubahan tekanan air pori dari metode numerik diaplikasikan pada analisis kestabilan lereng menggunakan *limit equilibrium method* (LEM) untuk mengetahui pengaruh kejadian hujan terhadap nilai faktor keamanan deterministik.

## METODE

### Lokasi Penelitian

Daerah penelitian secara administratif terletak di wilayah Kecamatan Tabang, Kabupaten Kutai Kartanegara, Provinsi Kalimantan Timur. Secara geografis lokasi Wilayah Izin Usaha

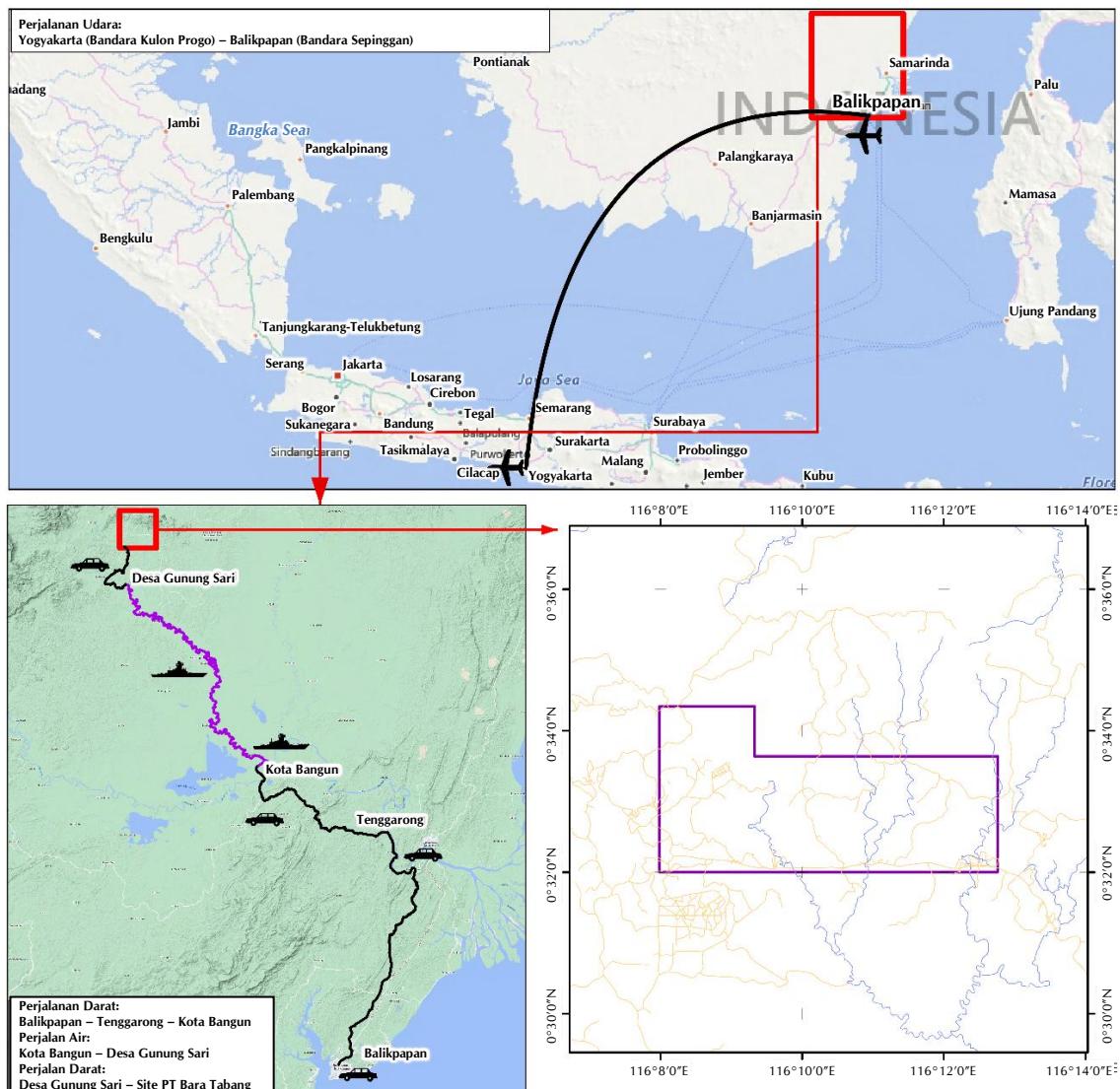
Pertambangan terletak di antara koordinat  $116^{\circ} 7' 59'' - 116^{\circ} 12' 46''$  Bujur Timur dan  $0^{\circ} 32' 00'' - 0^{\circ} 34' 20.85''$  Lintang Utara dengan luas wilayah mencapai 3.015,56 ha. Peta Wilayah Izin Usaha Pertambangan dan kesampaian daerah di lokasi penelitian dapat dilihat pada Gambar 1.

### Pendekatan Analisis

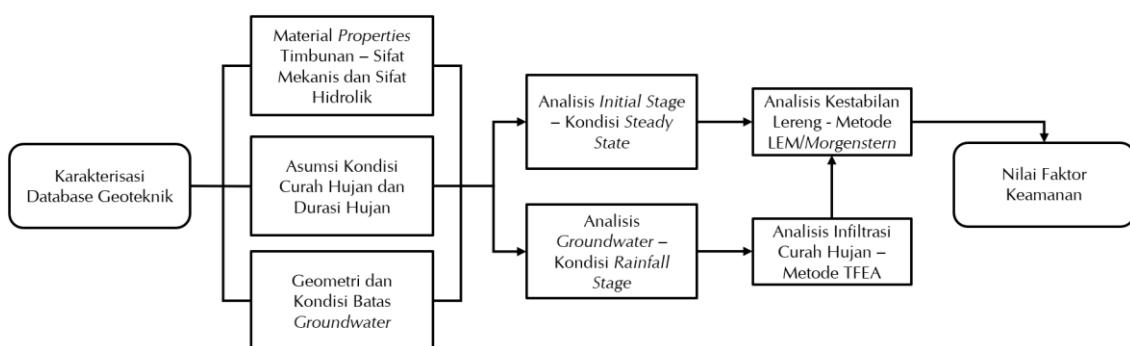
Gambar 2 menampilkan diagram alir penelitian. Pada tahap awal dilakukan karakterisasi *site* timbunan untuk mengetahui dan membuat basis data geoteknik sebagai parameter masukan dalam pemodelan analisis. Parameter geoteknik merupakan variabel yang paling penting dalam rekayasa geoteknik untuk menjamin efisiensi dalam mendukung kegiatan perencanaan dan operasional (Akbar, 2020; Dwinagara dkk., 2021; Akbar dan Wiyono, 2023).

Penelitian ini menggunakan pendekatan metode numerik dengan analisis *coupled hydro-mechanical* yaitu analisis yang menggabungkan parameter sifat mekanik dan sifat hidrolik sebagai respon lereng terhadap perubahan antara material *saturated* dan *unsaturated* serta variasi tekanan air pori terhadap waktu seiring dengan berlanjutnya curah hujan. Litologi penyusun material timbunan diasumsikan sebagai material timbunan (*waste dump*) yang homogen dan isotropik sehingga sifat hidrolik memiliki nilai yang seragam di semua arah. Meskipun asumsi ini tidak sepenuhnya menggambarkan kompleksitas kondisi material di lokasi penelitian, asumsi ini menyediakan konsep analisis yang disederhanakan untuk memahami mekanisme dasar tentang pengaruh kondisi hujan terhadap kestabilan lereng.

Karakterisasi data curah hujan dan durasi hujan menggunakan nilai asumsi, digunakan sebagai variasi data yang berperan sebagai fungsi variabel bebas (*independent variable*) sehingga dapat memberikan berbagai kemungkinan terhadap nilai faktor keamanan. Studi ini menggunakan simulasi model selama 24 jam yang dilakukan dengan 48 stage *time transient* sehingga pembagian durasi waktu yaitu setiap 0,5 jam/stage. Skenario curah hujan yang digunakan dalam simulasi terdiri dari delapan variasi nilai yang berbeda yaitu 0,5, 5, 15, 20, 30, 35, 45, dan 50 mm, yang disusun untuk merepresentasikan kondisi hujan sangat ringan hingga lebat di wilayah tropis.



Gambar 1. Peta kesampaian daerah lokasi penelitian



Gambar 2. Diagram alir penelitian

Simulasi skenario curah hujan menggunakan asumsi total curah hujan yang didistribusikan

secara merata selama periode waktu kejadian hujan 1,5, 6, 12, dan 18 jam, selanjutnya

diikuti dengan tidak adanya hujan selama sisa hari itu. Hal tersebut dilakukan karena curah hujan pendahuluan dalam periode waktu yang lebih lama dapat memberikan hasil analisis yang baik dalam memprediksi pengaruh kejadian hujan terhadap ketidakstabilan (Ke dkk., 2023). Penetapan skenario ini tidak merujuk pada data aktual, melainkan dirancang sebagai simulasi konseptual yang dilakukan secara bertahap untuk mengevaluasi sensitivitas perubahan nilai faktor keamanan terhadap kejadian hujan. Dengan pendekatan ini, dapat diidentifikasi kecenderungan penurunan stabilitas lereng akibat kejadian hujan dalam berbagai skala, yang relevan untuk diterapkan pada konteks operasional pertambangan di Indonesia. Asumsi analisis menggunakan 2 simulasi pengaruh kejadian hujan terhadap kestabilan lereng, sebagai berikut:

1. Simulasi 1 dilakukan untuk mengevaluasi sejauh mana besarnya curah hujan memengaruhi nilai faktor keamanan lereng. Dalam simulasi ini, digunakan delapan skenario curah hujan, yaitu 0,5, 5, 15, 20, 30, 35, 45, dan 50 mm. Masing-masing skenario curah hujan tersebut disimulasikan pada beberapa variasi periode waktu hujan (WH) yang telah ditentukan, yaitu:
  - a. kondisi hujan selama 1,5 jam dan tanpa hujan selama 22,5 jam;
  - b. kondisi hujan selama 6 jam dan tanpa hujan selama 18 jam;
  - c. kondisi hujan selama 12 jam dan tanpa hujan selama 12 jam; dan
  - d. kondisi hujan selama 18 jam dan tanpa hujan selama 6 jam.
2. Simulasi 2 bertujuan untuk mengetahui pengaruh durasi kejadian hujan terhadap nilai faktor keamanan dengan menggunakan empat simulasi dengan variasi durasi hujan, yaitu selama 1,5,6, 12, dan 18 jam. Masing-masing durasi tersebut dikombinasikan dengan delapan skenario curah hujan, yaitu: 0,5, 5, 15, 20, 30, 35, 45, dan 50 mm.

Analisis dan pemodelan kejadian hujan (*rainfall stage*) dalam penelitian ini dilakukan berdasarkan karakterisasi data curah hujan pada periode waktu tertentu dan penerapan prinsip material tak jenuh (*unsaturated material*), yang disimulasikan melalui analisis

numerik menggunakan metode *transient finite element analysis* (TFEA). Selanjutnya, analisis kestabilan lereng untuk menentukan nilai faktor keamanan (*safety factor*) dilakukan menggunakan metode *limit equilibrium method* (LEM), yang memanfaatkan hasil keluaran dari analisis hidrogeologi berbasis TFEA. Pendekatan ini diterapkan untuk membandingkan dua kondisi hidrogeologi, yaitu: (i) analisis kestabilan lereng akibat variasi intensitas curah hujan, dan (ii) analisis kestabilan lereng akibat variasi durasi kejadian hujan.

### Parameter Studi

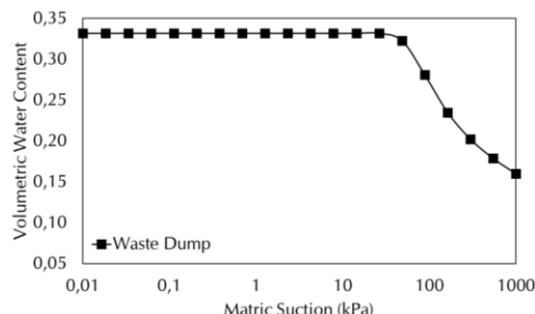
Material properties yang digunakan sebagai data masukan dalam pemodelan dan analisis geoteknik dalam studi ini diperoleh dari hasil uji laboratorium terhadap sampel *undisturbed* dari area timbunan di lokasi penelitian. Parameter geoteknik seperti *unit weight* ( $\gamma$ ), kohesi ( $c$ ), sudut gesek dalam ( $\phi$ ), dan kuat tekan ( $\sigma_c$ ) diolah secara statistik untuk mendapatkan nilai rentang, rata-rata, standar deviasi, serta jenis distribusi data (Tabel 1). Kekuatan batuan dari material pembentuk lereng di lokasi penelitian diperoleh dari parameter nilai kuat tekan uniaksial ( $\sigma_c$ ) dengan rentang nilai yaitu 0,02 – 0,72 MPa. Berdasarkan International Society for Rock Mechanics – Brown (1981) dikelompokkan sebagai material sangat lemah (*very weak rock*) karena memiliki nilai UCS < 1 MPa. Oleh karena itu, pemodelan jenis longsoran dalam analisis kestabilan lereng pada penelitian ini menggunakan pendekatan longsoran busur (*circular failure*), mengingat karakteristik material yang dianalisis tergolong sangat lemah dan secara umum memiliki sifat diskontinu dengan jarak antar bidang diskontinuitas rapat atau *closely jointed* (Sonmez, Ulusay dan Gokceoglu, 1998; Martin dan Stacey, 2018).

Studi ini akan mencakup analisis terhadap *saturated* dan *unsaturated* material dengan simulasi *transient* sehingga tekanan air pori di dalam material berubah terhadap waktu. Oleh karena itu, diperlukan penentuan parameter *soil water characteristic curve* (SWCC) yang selanjutnya digunakan untuk mengestimasikan fungsi konduktivitas hidrolik. Parameter SWCC diketahui dari pendekatan metode empiris terhadap parameter masukan data hasil uji

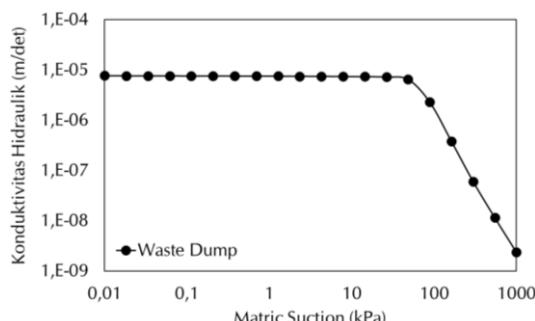
Tabel 1. Rekapitulasi sifat fisik dan sifat mekanik material timbunan

Parameter	Rentang	Mean	SD	Rel. Min	Rel. Max	Distribusi
Dry unit weight (kN/m <sup>3</sup> )	9,81 – 23,26	16,37	2,84	6,57	6,89	Normal
Saturated unit weight (kN/m <sup>3</sup> )	15,29 – 33,70	20,27	2,17	4,98	13,43	Log Normal
Kohesi (kN/m <sup>2</sup> )	7,75 – 73,64	29,69	11,03	21,94	43,95	Normal
Sudut gesek dalam (°)	10,46 – 36,60	24,61	5,15	14,15	11,99	Normal
Kuat tekan (MPa)	0,02 – 0,72	0,31	0,13	0,29	0,41	Normal

terhadap parameter masukan data hasil uji laboratorium. Selanjutnya, fungsi konduktivitas hidrolik diketahui dari estimasi terhadap parameter SWCC menggunakan metode Fredlund, Rahardjo dan Fredlund (2012). Parameter *material properties* sifat hidrolik SWCC dan parameter fungsi konduktivitas hidrolik yang digunakan dalam pemodelan dapat dilihat pada Gambar 3 dan 4.



Gambar 3. Soil water characteristic curve (SWCC)



Gambar 4. Fungsi konduktivitas hidrolik

SWCC didefinisikan sebagai suatu hubungan antara kadar air dan tegangan hisap material (Rahardjo, Kim dan Satyanaga, 2019). Menurut Fredlund, Rahardjo dan Fredlund (2012), fungsi konduktivitas hidrolik merupakan kemampuan tanah untuk membawa atau mengalirkan air baik dalam kondisi saturated dan unsaturated. Konduktivitas hidraulik pada kondisi saturated

ditandai dengan seluruh ruang pori di antara partikel padat terisi air dengan nilai tekanan air pori positif dan tekanan air pori meningkat menjadi negatif dicirikan oleh konduktivitas hidrolik menurun bersamaan dengan banyaknya pori yang terisi udara (Fredlund, Rahardjo dan Fredlund, 2012).

Faktor kegempaan digunakan sebagai faktor penyesuaian dalam analisis geoteknik yang berpengaruh terhadap kestabilan lereng (Wyllie, 2018). Pada studi ini nilai koefisien kegempaan yang digunakan adalah 0,04 g berdasarkan Peta percepatan puncak di batuan dasar pada periode ulang 1:475 tahun atau setara dengan perkiraan percepatan dengan kemungkinan terlampaui sebesar 10% dalam 50 tahun.

### Analisis Kestabilan Lereng

Dalam rekayasa geoteknik tambang terbuka, kriteria keruntuhan yang merepresentasikan kekuatan batuan (sudut gesek dalam,  $\phi'$ ; kohesi,  $c'$ ) yang paling umum digunakan saat ini adalah kriteria keruntuhan Mohr-Coulomb (Read dan Stacey, 2010). Menurut Fredlund, Rahardjo dan Fredlund (2012), kriteria keruntuhan Mohr-Coulomb pada material *saturated* dikembangkan kembali untuk diterapkan pada material *unsaturated* atau dikenal dengan kriteria keruntuhan *extended Mohr-Coulomb*. Kekuatan geser pada material *unsaturated* sangat penting untuk diketahui terutama terhadap adanya pengaruh infiltrasi air pada material. Persamaan kekuatan geser pada material *unsaturated* dapat dilihat pada persamaan berikut:

$$\tau' = c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) f_1 \dots \quad (1)$$

Keterangan:

$\tau'$  : kekuatan geser material *unsaturated*;

$c'$  : kohesi efektif;

$\sigma_n$  : tegangan normal;

$u_a$  : tekanan udara pori;

$\phi'$  : sudut gesek dalam efektif;

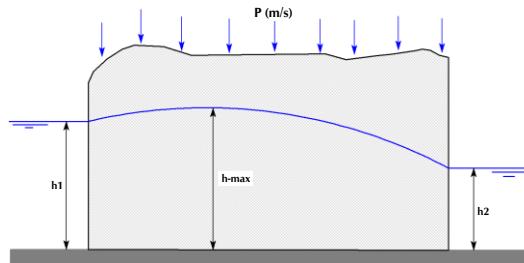
$u_w$  : tekanan air pori;

$f_1$  : fungsi parameter material *unsaturated*

Karakteristik kondisi hidrogeologi untuk memahami kondisi perilaku aliran air tanah dianalisis dengan menggunakan perangkat lunak, yang difokuskan pada vektor aliran air, tekanan pori, dan debit aliran pada material. Metode numerik memiliki kapabilitas untuk analisis kestabilan lereng dengan menggunakan metode *steady state* dan *transient finite element analysis* (Rocscience, 2022). Infiltrasi hujan diasumsikan dari nilai parameter curah hujan yaitu air meresap ke bawah material yang bebas terkena curah hujan sebagai debit seragam ( $P$  - m/s), yang didefinisikan sebagai jumlah air per satuan luas yang memasuki akuifer per satuan waktu seperti pada Gambar 5 (Rocscience, 2022).

Analisis juga dilakukan menggunakan metode kesetimbangan batas, dengan hasil akhir berupa nilai faktor keamanan menggunakan prinsip metode irisan pada bidang gelincir dengan mempertimbangkan kesetimbangan antara gaya penahan (*shear strength*) dan gaya penggerak (*shear stress*). Analisis kesetimbangan batas dengan kriteria keruntuhan Mohr-Coulomb dapat dilakukan menggunakan beberapa metode (Tabel 2), yaitu Bishop, Janbu, Spencer, Morgenstern-Price, Sarma (Duncan, Wright dan Brandon, 2014). Pada penelitian ini digunakan pendekatan metode *General Limit Equilibrium /Morgenstern*. Metode ini dipilih karena dapat mempertimbangkan parameter kesetimbangan momen dan kesetimbangan gaya serta

mempertimbangkan faktor gaya antara irisan jika dibandingkan dengan metode lainnya.



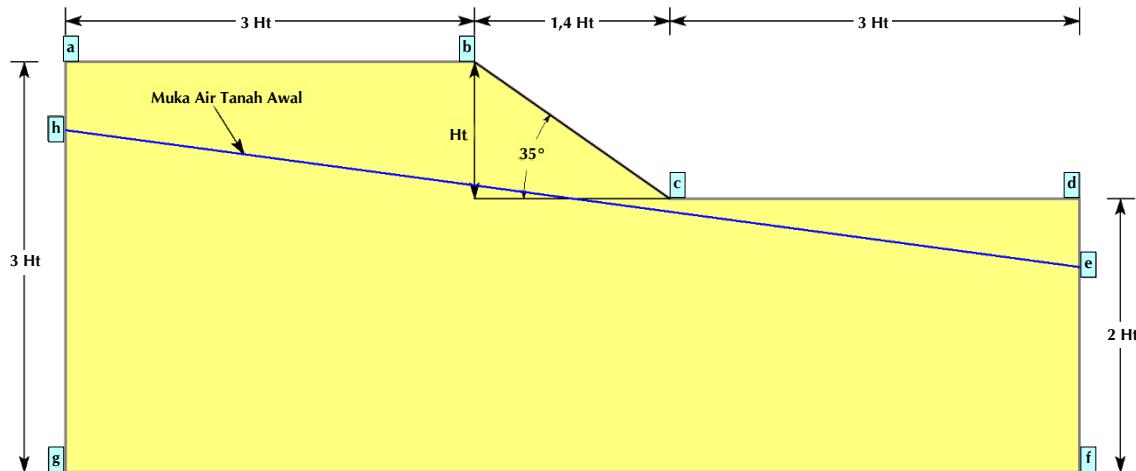
Gambar 5. Model geometri infiltrasi curah hujan (Rocscience, 2022)

### Geometri dan Kondisi Batas

Pada studi ini digunakan model numerik dengan dimensi desain lereng tunggal yang sudah ditetapkan dengan tinggi (Ht) dan sudut lereng ( $\alpha$ ) yaitu 10 m dan  $35^\circ$ . Panjang total dimensi model adalah 7,4 Ht dan tinggi model 3 Ht. Model ini memiliki lereng dengan tinggi 1 Ht, mempertahankan rasio vertikal terhadap horizontal sebesar 1 V:1,4 H atau gradien mencapai 70%, yang merupakan kemiringan lereng umum di area timbunan tambang batubara. Kondisi awal model mencakup muka air tanah horizontal yang diasumsikan pada kedalaman 0,5 Ht dari permukaan, seperti yang digambarkan pada Gambar 6. Muka air tanah awal berfungsi sebagai dasar analisis, memungkinkan model mengevaluasi pengaruh

Tabel 2. Rangkuman metode dalam kesetimbangan batas (Duncan, Wright dan Brandon, 2014)

Metode	Penggunaan
Bishop	Berlaku untuk lereng dengan material tidak homogen dan bidang gelincir dapat didekati dengan longsoran busur. Tidak representatif dan tidak akurat apabila diaplikasikan pada keruntuhan <i>non-circular</i> . Hanya mempertimbangkan kesetimbangan momen.
Janbu	Dapat diaplikasikan pada semua geometri lereng dan material. Kurang akurat jika dibandingkan dengan prosedur lainnya dan hasil yang sensitif terhadap kemiringan gaya antar irisan. Hanya mempertimbangkan kesetimbangan gaya.
Spencer	Prosedur yang sederhana yang dapat diaplikasikan pada semua geometri lereng dan material. Prosedur kesetimbangan yang lengkap. Prosedur yang mempertimbangkan kesetimbangan momen dan kesetimbangan gaya.
Morgenstern-Price	Prosedur yang sederhana yang dapat diaplikasikan pada semua geometri lereng dan material. Prosedur kesetimbangan yang lengkap dan lebih teliti. Prosedur yang mempertimbangkan kesetimbangan momen dan kesetimbangan gaya.
Sarma	Prosedur yang dapat diaplikasikan pada semua geometri lereng dan material. Prosedur kesetimbangan yang dapat menghitung koefisien seismik yang diperlukan untuk menghasilkan nilai faktor keamanan tertentu. Asumsi gaya bidang gelincir sulit diterapkan kecuali pada geometri lereng yang sederhana. Prosedur yang mempertimbangkan kesetimbangan momen dan kesetimbangan gaya.



Gambar 6. Geometri dan kondisi batas model analisis

kondisi curah hujan yang berbeda terhadap muka air tanah dan pengaruhnya terhadap tingkat kestabilan lereng.

Kondisi batas analisis kestabilan lereng tunggal yang dipengaruhi oleh kejadian hujan pada studi ini dibagi menjadi tiga kategori sebagai berikut:

1. Batas permukaan yaitu batas yang meliputi permukaan lereng (ab, bc, cd), yang ditetapkan sebagai batas curah hujan. Pada area ini curah hujan meresap ke dalam material lereng, yang menggambarkan proses alami infiltrasi curah hujan.
2. Batas bawah dan sisi (ef, fg, gh) yaitu batas *total head* yang ditetapkan pada kondisi kedap air sehingga air tidak dapat menembus elevasi yang sudah ditentukan. Kondisi batas ini akan menentukan elevasi awal muka air tanah yang berfungsi sebagai dasar analisis model.
3. Batas sisa yaitu batas yang meliputi sisi lereng (ah, de) dengan kriteria  $Q = 0 \text{ m}^3/\text{s}$  sehingga tidak terdapat aliran pada area lereng dan menjadi area yang akan dipengaruhi oleh infiltrasi curah hujan.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

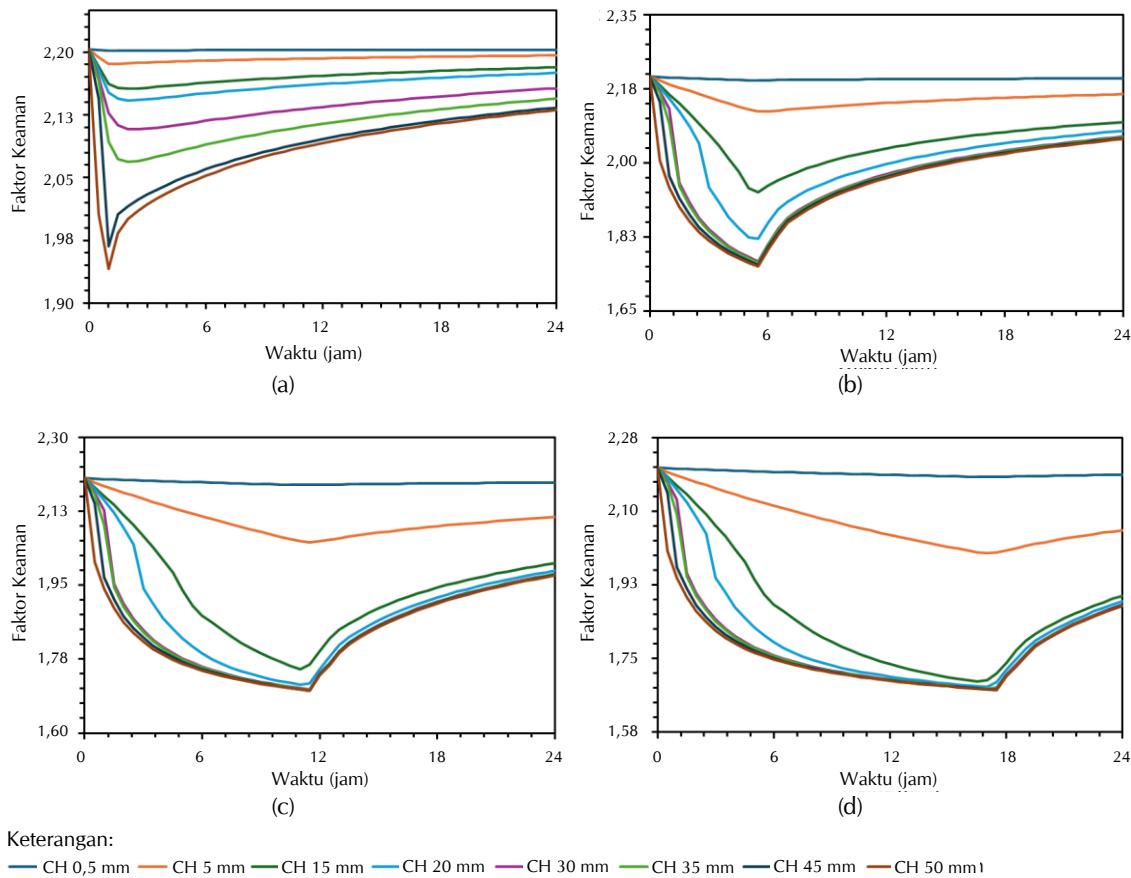
### Pengaruh Curah Hujan

Studi ini menggunakan 8 skenario curah hujan berbeda yaitu 0,5, 5, 15, 20, 30, 35, 45, dan 50 mm dengan simulasi: (a) kondisi hujan selama 1,5 jam dan tanpa hujan selama 22,5 jam; (b) kondisi hujan selama 6 jam dan tanpa

hujan selama 18 jam; (c) kondisi hujan selama 12 jam dan tanpa hujan selama 12 jam; (d) kondisi hujan selama 18 jam dan tanpa hujan selama 6 jam. Simulasi model selama 24 jam dilakukan dengan 48 stage *time transient* sehingga pembagian durasi waktu yaitu setiap 0,5 jam/stage. Total kombinasi model analisis yang dihasilkan dari simulasi pengaruh curah hujan yaitu 1.568.

Gambar 7 menampilkan grafik variasi nilai faktor keamanan (FK) terhadap waktu yang diperoleh dari hasil analisis dengan memvariasikan curah hujan dan durasi kejadian hujan sebagai variabel bebas (*independent variable*) yang memengaruhi nilai FK, dengan geometri lereng dan kondisi batas analisis mengacu pada Gambar 6. Hasil analisis menunjukkan bahwa curah hujan sangat memengaruhi tingkat kestabilan lereng secara konsisten. Selama kejadian hujan nilai FK akan turun, selanjutnya nilai FK akan naik secara bertahap setelah kejadian hujan berhenti karena lereng sudah memasuki fase pengeringan. Secara detail hasil analisis pada setiap grafik di Gambar 7, adalah sebagai berikut:

- a. Simulasi dengan kondisi hujan selama 1,5 jam dan tanpa hujan selama 22,5 jam, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,941 (-11,90%) pada waktu 1 jam setelah terjadinya curah hujan 50 mm.
- b. Simulasi dengan kondisi hujan selama 6 jam dan tanpa hujan selama 18 jam, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,755



Keterangan:

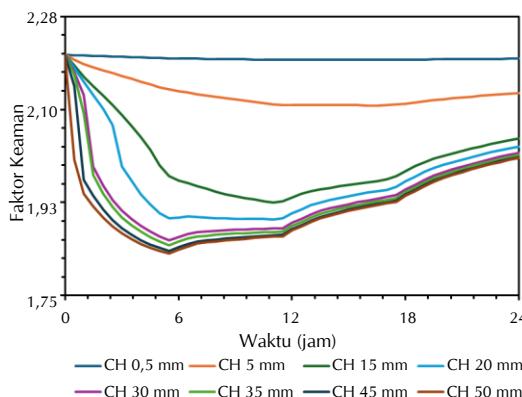
— CH 0,5 mm — CH 5 mm — CH 15 mm — CH 20 mm — CH 30 mm — CH 35 mm — CH 45 mm — CH 50 mm

Gambar 7. Grafik perubahan nilai faktor keamanan terhadap variasi skenario curah hujan: (a) 1,5 jam; (b) 6 jam; (c) 12 jam; (d) 18 jam

- (-20,33%) pada waktu 5,5 jam setelah terjadinya curah hujan 50 mm.
- Simulasi dengan kondisi hujan selama 12 jam dan tanpa hujan selama 12 jam, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2, 203 mencapai nilai FK minimal 1,699 (-22,86%) pada waktu 11,5 jam setelah terjadinya curah hujan 50 mm.
  - Simulasi dengan kondisi hujan selama 18 jam dan tanpa hujan selama 6 jam, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2, 203 mencapai nilai FK minimal 1,675 (-31,54%) pada waktu 17,5 jam setelah terjadinya curah hujan 50 mm.

Selain itu, hasil analisis pada nilai rata-rata FK dari setiap skenario menunjukkan hasil yang konsisten yaitu tingkat dan laju penurunan nilai FK berbanding lurus dengan besarnya nilai curah hujan tanpa memperhatikan variabel simulasi periode waktu kejadian hujan

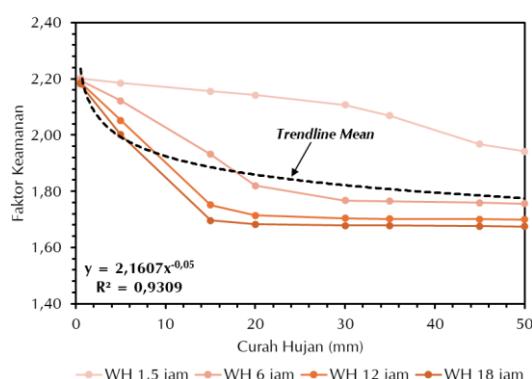
(Gambar 8). Semakin tinggi curah hujan, maka semakin cepat nilai FK turun seiring waktu. Oleh karena itu, untuk curah hujan yang tinggi, kemiringan grafik sebelum hujan berhenti lebih curam daripada kondisi dengan curah hujan yang rendah. Hasil analisis juga menunjukkan kemungkinan adanya curah hujan minimum yang akan menyebabkan penurunan nilai FK maksimum, hal ini dapat diamati dari garis grafik yang saling berimpit pada curah hujan 45 dan 50 mm. Pengamatan serupa juga terlihat pada kenaikan nilai FK pada kondisi tanpa hujan dimana garis grafik yang saling berimpit pada curah hujan 30, 35, 45 dan 50 mm. Hasil analisis tersebut menunjukkan bahwa material lereng sudah mencapai kapasitas infiltrasi pada rentang curah hujan 30 – 50 mm sehingga tidak menunjukkan perbedaan nilai FK yang signifikan.



Gambar 8. Grafik perubahan rata-rata nilai faktor keamanan terhadap variasi skenario curah hujan

Untuk menyelidiki hubungan curah hujan dengan nilai FK secara lebih lanjut, maka nilai FK minimum setiap simulasi pada masing-masing skenario curah hujan disajikan dalam grafik pada Gambar 9. Grafik hasil analisis menunjukkan bahwa secara umum setiap simulasi menghasilkan pola grafik yang serupa, di mana nilai FK mengalami penurunan selama periode kejadian hujan. Penurunan ini cenderung lebih curam pada durasi hujan yang lebih lama. Selanjutnya korelasi antara nilai FK minimum rata-rata dan curah hujan dapat diketahui berdasarkan persamaan berikut:

$$FK = 2,1607 CH^{-0,05} \quad (R^2 = 0,9309) \dots\dots\dots (2)$$



Gambar 9. Grafik hubungan nilai faktor keamanan dan curah hujan

### Pengaruh Durasi Kejadian Hujan

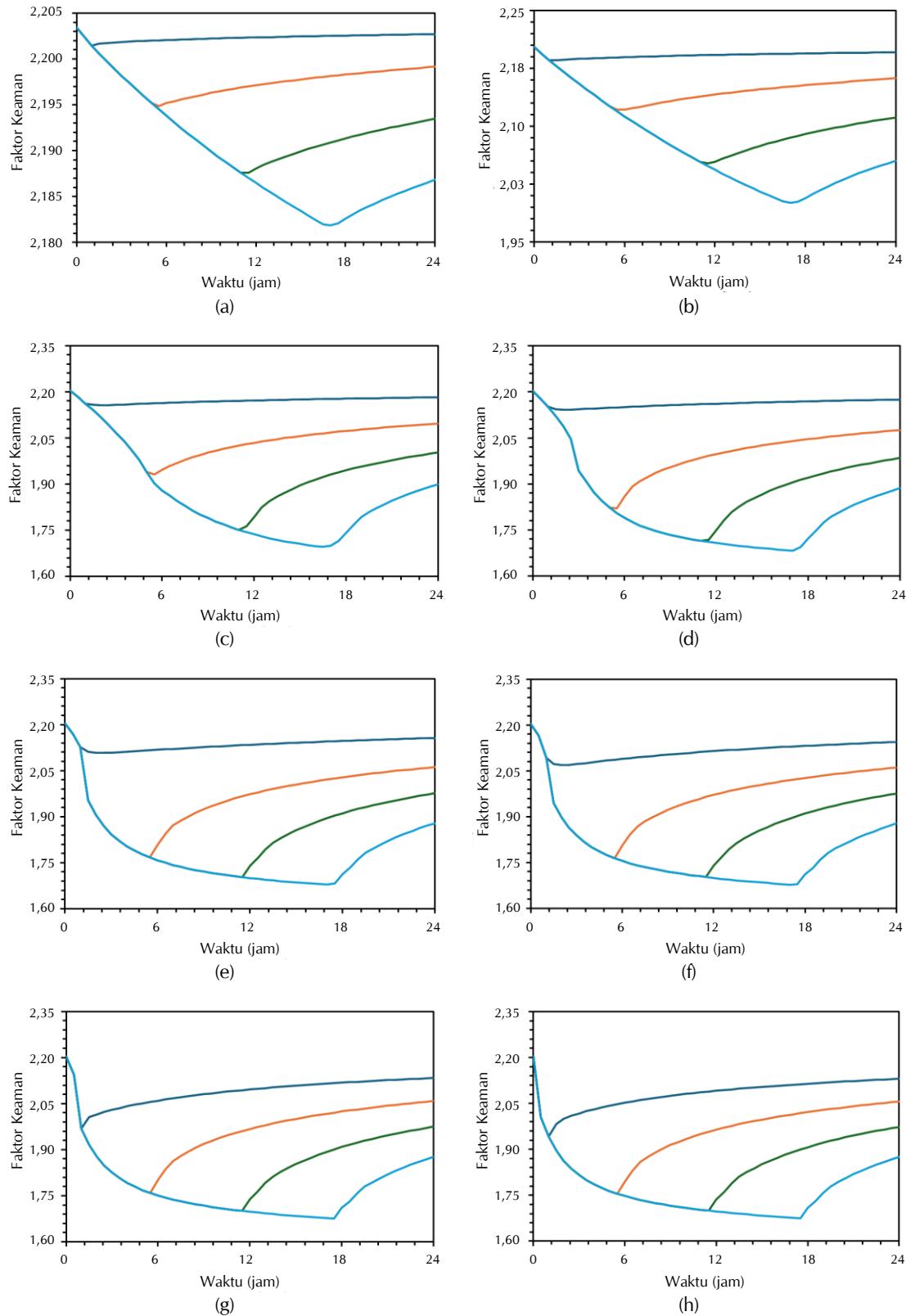
Analisis pengaruh durasi kejadian hujan terhadap nilai FK dilakukan melalui pemodelan numerik dengan empat skenario periode waktu hujan (WH) dan delapan variasi

curah hujan, yaitu: (a) 0,5 mm; (b) 5 mm; (c) 15 mm; (d) 20 mm; (e) 30 mm; (f) 35 mm; (g) 45 mm; (h) 50 mm. Simulasi model selama 24 jam dilakukan dengan 48 stage *time transient* sehingga pembagian durasi waktu yaitu setiap 0,5 jam/stage. Total model analisis yang dihasilkan dari simulasi pengaruh durasi kejadian hujan yaitu 1.568 kombinasi model.

Gambar 10 menampilkan grafik variasi nilai FK terhadap waktu dengan nilai curah hujan yang sama, yang diperoleh dari hasil analisis dengan curah hujan dan durasi kejadian hujan divariasikan sebagai fungsi variabel bebas (*independent variable*) yang memengaruhi nilai FK, dengan geometri lereng dan kondisi batas analisis mengacu pada Gambar 6. Hasil analisis menunjukkan bahwa semakin lama durasi hujan, nilai FK cenderung menurun, dan secara bertahap meningkat kembali setelah hujan berhenti seiring masuknya lereng ke fase pengeringan.

Secara detail, hasil analisis pada setiap grafik yang ditampilkan pada Gambar 10 memberikan gambaran yang lebih spesifik mengenai dampak variasi durasi kejadian hujan terhadap nilai FK lereng untuk masing-masing skenario curah hujan. Setiap grafik merepresentasikan hasil dari empat variasi durasi hujan, yaitu 1,5, 6, 12, dan 18 jam, yang dikombinasikan dengan satu nilai curah hujan tetap. Dengan pendekatan ini, dapat diidentifikasi tren penurunan nilai FK pada setiap kondisi curah hujan tertentu, serta perbedaan besarnya penurunan yang terjadi akibat lamanya hujan berlangsung. Uraian hasil dari masing-masing skenario curah hujan terhadap variasi durasi hujan disajikan sebagai berikut:

- Skenario dengan nilai curah hujan 0,5 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 2,182 (-0,98%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.
- Skenario dengan nilai curah hujan 5 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 2,001 (-9,18%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.



Keterangan:

WH 1,5 jam    WH 6 jam    WH 12 jam    WH 18 jam

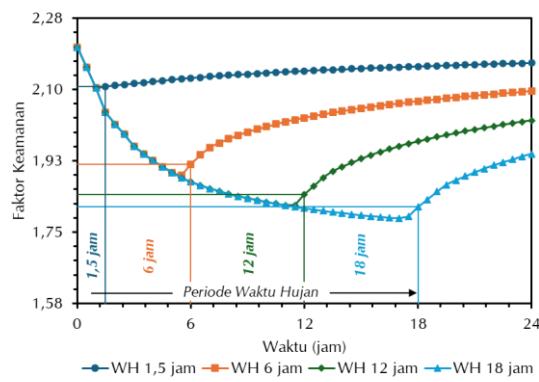
Gambar 10. Grafik perubahan nilai faktor keamanan terhadap simulasi kejadian hujan: (a) 0,5 mm; (b) 5 mm; (c) 15 mm; (d) 20 mm; (e) 30 mm; (f) 35 mm; (g) 45 mm; (h) 50 mm

- c. Skenario dengan nilai curah hujan 15 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,696 (-23,04%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.
- d. Skenario dengan nilai curah hujan 20 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,683 (-23,62%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.
- e. Skenario dengan nilai curah hujan 30 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,678 (-23,83%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.
- f. Skenario dengan nilai curah hujan 35 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,677 (-23,85%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.
- g. Skenario dengan nilai curah hujan 45 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,676 (-23,95%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.
- h. Skenario dengan nilai curah hujan 50 mm terhadap 4 simulasi periode waktu yang berbeda, hasil analisis menunjukkan penurunan nilai FK dari 2,203 mencapai nilai FK minimal 1,675 (-23,98%) pada waktu kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam.

Secara umum parameter variabel bebas (*independent variable*) durasi kejadian hujan memiliki pengaruh yang lebih rendah jika dibandingkan dengan parameter curah hujan. Nilai maksimal penurunan FK akibat durasi kejadian hujan mencapai 23,98%, lebih rendah dibandingkan dengan penurunan nilai FK akibat curah hujan mencapai 31,54%.

Selain itu, hasil analisis rata-rata nilai FK pada setiap skenario (Gambar 11) menunjukkan pola penurunan yang konsisten dan tampak

seragam, yaitu semakin lama durasi kejadian hujan, semakin rendah nilai FK yang diperoleh. Nilai FK rata-rata awal berada di kisaran 2,203 dan menurun secara bertahap hingga mencapai 1,784 pada durasi hujan terlama. Oleh karena itu, untuk durasi kejadian hujan yang lebih lama, kemiringan grafik sebelum kejadian hujan berhenti lebih curam daripada kondisi dengan durasi kejadian hujan pada periode yang singkat.



Gambar 11. Grafik perubahan rata-rata nilai faktor keamanan terhadap simulasi kejadian hujan

Hasil analisis pada Gambar 11 juga menunjukkan bahwa adanya periode waktu kejadian hujan yang memberikan nilai FK yang tidak jauh berbeda atau cenderung memiliki nilai FK yang sama, hal ini dapat diketahui dari garis grafik yang saling berimpit secara berlanjut mulai dari hasil pada periode awal kejadian hujan yang selanjutnya menerus sampai durasi kejadian hujan paling lama yaitu 18 jam. Secara berurutan tingkat penurunan nilai FK rata-rata dari periode waktu awal sampai di periode waktu 24 jam pada setiap simulasi waktu kejadian hujan 1,5, 6, 12, dan 18 jam yaitu 1,74, 4,86, 8,13, dan 11,87%.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini merupakan studi konseptual berbasis simulasi pada geometri lereng tunggal area timbunan dan skenario kejadian hujan, yang memberikan pemahaman bahwa curah hujan dalam durasi waktu lebih lama menjadi salah satu faktor eksternal yang sangat memengaruhi kestabilan lereng. Simulasi pemodelan numerik dengan pendekatan analisis *coupled hydro-mechanical*

menunjukkan bahwa peningkatan tekanan air pori selama proses infiltrasi hujan secara signifikan menurunkan nilai faktor keamanan (FK) lereng yang mencapai 31,54% pada skenario curah hujan lebat, dibandingkan dengan kondisi awal, yang mengindikasikan bahwa kestabilan lereng tunggal timbunan memiliki sensitivitas tinggi terhadap infiltrasi air hujan. Hubungan antara curah hujan dan FK bersifat non-linier dan dapat direpresentasikan melalui persamaan  $FK = 2,1607 CH^{0,05}$  dengan nilai korelasi  $R^2$  sebesar 0,9309.

Hasil studi ini menegaskan pentingnya mempertimbangkan faktor kejadian hujan dalam melakukan analisis kestabilan lereng area timbunan. Meskipun model yang digunakan dalam penelitian ini terbatas pada kondisi lereng tunggal, pendekatan ini memberikan kerangka analisis awal yang penting untuk memahami interaksi antara hujan dan penurunan kestabilan lereng timbunan. Dengan demikian, hasil studi ini dapat menjadi dasar pengembangan lebih lanjut dalam perencanaan dan pengawasan geoteknik pada kegiatan pertambangan, dengan mempertimbangkan aspek geometri lereng keseluruhan (*multiple slope*) serta integrasi data curah hujan historis maupun prediktif (*rainfall forecast*). Pendekatan ini diharapkan dapat meningkatkan ketepatan analisis kestabilan lereng terhadap pengaruh kejadian hujan, yang hingga saat ini masih belum banyak diterapkan dalam praktik pertambangan di Indonesia.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Yogyakarta dan PT Studio Mineral Batubara (konsultan pertambangan) atas dukungannya terhadap penulisan artikel ini.

## DAFTAR PUSTAKA

Akbar, W.N. (2020) Evaluasi kestabilan lereng metode q-slope kesetimbangan batas dan probabilitas longsor pada tambang andesit Cv. Ellyta Karya Pratama Kabupaten Kulon Progo D.I. Yogyakarta. UPN Veteran Yogyakarta.

Akbar, W.N. (2024) Analisis balik material properties lereng timbunan dengan metode fully coupled hydro-mechanical di area longsor in-pit dump PT Bara Tabang, Kutai Kartanegara, Kalimantan Timur. UPN Veteran Yogyakarta.

Akbar, W.N. dan Wiyono, B. (2023) "Evaluation of rock slope using q-slope, limit equilibrium and failure probability at andesite mine of Sidomulyo Village," Indonesian Mining Journal, 26(1), hal. 1–17. Tersedia pada: <https://doi.org/10.30556/imj.Vol26.No1.2023.1329>.

Brown, E.T. (1981) Rock characterization, testing and monitoring: International Society for Rock Mechanics (ISRM) suggested methods. Oxford: Pergamon Press.

Duncan, J.M., Wright, S.G. dan Brandon, T.L. (2014) Soil strength and slope stability. 2 ed. John Wiley & Sons, Inc.

Dwinagara, B., Akbar, W.N., Saptono, S., Haryanto, D., Haq, S.R. dan Prabandaru, P.D. (2024) "Back analysis of rainfall-induced waste dump failure using coupled hydro-mechanical analysis – A case study in coal mine," International Journal of GEOMATE, 27(123), hal. 54–64. Tersedia pada: <https://doi.org/10.21660/2024.123.4618>.

Dwinagara, B., Prabandaru, P.D., Wiyono, B., Lusantono, O.W., Dewi, R.M., Rekinagara, I.H. dan Haq, S.R. (2021) "Effects of geomechanical properties on materials adhesivity," International Journal of GEOMATE, 21(84), hal. 129–136. Tersedia pada: <https://doi.org/10.21660/2021.84.j2118>.

Fredlund, D.G., Rahardjo, H. dan Fredlund, M.D. (2012) Unsaturated soil mechanics in engineering practice. Wiley. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1002/9781118280492>.

Hawley, M. dan Cunning, J. (ed.) (2017) Guidelines for mine waste dump and stockpile design. CSIRO Publishing. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1071/9781486303519>.

Ke, Z., Hong, W., Jianxing, L., Yuguang, Z., Fangping, C. dan Zhengjun, Y. (2023) "Deformation and failure mechanism of colluvial landslide under sustained rainfall-a case study of Xinzhuan landslide in Tongzi County, China," Alexandria Engineering Journal, 71, hal. 89–103. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2023.03.044>.

- Krisnanto, S. dan Rahardjo, H. (2021) "Characteristics of rainfall-induced slope instability in Cisokan Region, Indonesia," Journal of Engineering and Technological Sciences, 53(5), hal. 210504. Tersedia pada: <https://doi.org/10.5614/j.eng.technol.sci.2021.53.5.4>.
- Kristo, C., Rahardjo, H. dan Satyanaga, A. (2017) "Effect of variations in rainfall intensity on slope stability in Singapore," International Soil and Water Conservation Research, 5(4), hal. 258–264. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1016/j.iswcr.2017.07.001>.
- Li, W.C., Li, H.J., Dai, F.C. dan Lee, L.M. (2012) "Discrete element modeling of a rainfall-induced flowslide," Engineering Geology, 149–150, hal. 22–34. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2012.08.006>.
- Liao, Z., Hong, Y., Wang, J., Fukuoka, H., Sassa, K., Karnawati, D. dan Fathani, F. (2010) "Prototyping an experimental early warning system for rainfall-induced landslides in Indonesia using satellite remote sensing and geospatial datasets," Landslides, 7(3), hal. 317–324. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1007/s10346-010-0219-7>.
- Martin, D. dan Stacey, P. (2018) Guidelines for open pit slope design in weak rocks. Australia: CSIRO Publishing.
- Poulsen, B., Khanal, M., Rao, A.M., Adhikary, D. dan Balusu, R. (2014) "Mine overburden dump failure: A case study," Geotechnical and Geological Engineering, 32(2), hal. 297–309. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1007/s10706-013-9714-7>.
- Rahardjo, H., Kim, Y. dan Satyanaga, A. (2019) "Role of unsaturated soil mechanics in geotechnical engineering," International Journal of Geo-Engineering, 10(1), hal. 8. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1186/s40703-019-0104-8>.
- Rahardjo, H., Leong, E.C. dan Rezaur, R.B. (2008) "Effect of antecedent rainfall on pore-water pressure distribution characteristics in residual soil slopes under tropical rainfall," Hydrological Processes, 22(4), hal. 506–523. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1002/hyp.6880>.
- Read, J. dan Stacey, P. (2010) Guidelines for Open Pit Slope Design. Oxford: CSIRO Publishing.
- Rocscience (2022) Slide2 - Groundwater: Verification manual. Rocscience Inc.
- Sarah, D., Zulfahmi, Z., Putra, M.H.Z., Madiutomo, N., Gunawan, G., Sumaryadi, S. dan Ahmid, D.A. (2024) "Back analysis of rainfall-induced landslide in Cimanggung District of Sumedang Regency in West Java using deterministic and probabilistic analyses," Geosciences, 14(12), hal. 347. Tersedia pada: <https://doi.org/10.3390/geosciences14120347>.
- Sonmez, H., Ulusay, R. dan Gokceoglu, C. (1998) "A practical procedure for the back analysis of slope failures in closely jointed rock masses," International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 35(2), hal. 219–233. Tersedia pada: [https://doi.org/10.1016/S0148-9062\(97\)00335-5](https://doi.org/10.1016/S0148-9062(97)00335-5).
- Sujatono, S. (2021) "Integrated slope stability analysis (SSA) with transient groundwater finite element method for embankment analysis," Jurnal Teknologi, 83(5), hal. 9–17. Tersedia pada: <https://doi.org/10.11113/jurnalteknologi.v83.16456>.
- Supandi (2021) "The influence of water balance for slope stability on the high mine waste dump," Geotechnical and Geological Engineering, 39(7), hal. 5253–5266. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1007/s10706-021-01829-5>.
- Wang, C.-H., Fang, L., Chang, D.T.-T. dan Huang, F.-C. (2023) "Back-analysis of a rainfall-induced landslide case history using deterministic and random limit equilibrium methods," Engineering Geology, 317, hal. 107055. Tersedia pada: <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2023.107055>.
- Wang, Z., Li, X., Yin, S. dan Du, X. (2022) "Analysis of rainfall infiltration and improvement of the analytical solution of safety factors on unsaturated inner dump slopes: A case study," Processes, 10(11), hal. 2407. Tersedia pada: <https://doi.org/10.3390/pr10112407>.
- Wyllie, D.C. (2018) Rock slope engineering: Civil applications. 5 ed. New York: CRC Press.